

# Prediksi



## MATEMATIKA SAINTEK

### Prediksi Paket 1

#### 1. Soal Materi TURUNAN

Grafik fungsi  $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 8x + 4$  turun pada ....

- A.  $x < -\frac{2}{3}$  atau  $x > 1$       D.  $-1 < x < \frac{2}{3}$   
B.  $-\frac{2}{3} < x < 1$       E.  $-\frac{3}{2} < x < 2$   
C.  $x < -1$  atau  $x > \frac{2}{3}$

#### 2. Soal Materi TRANSFORMASI GEOMETRI

Transformasi T merupakan pencerminan terhadap garis  $y = \frac{x}{3}$  dilanjutkan pencerminan terhadap garis  $y = -3x$ . Matriks penyajian T adalah ....

- A.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$       D.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$   
B.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       E.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$   
C.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

#### 3. Soal Materi TRIGONOMETRI

Jika  $x$  memenuhi  $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$  dan  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ , maka  $\cos x = \dots$

- A.  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$       D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
B.  $-\frac{1}{2}$       E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
C.  $\frac{1}{2}$

#### 4. Soal Materi POLINOMIAL

Jika diketahui persamaan:

$x^4 + ax + (b-10)x^2 + 24x - 15 = f(x)(x-1)$  dengan  $f(x)$  habis dibagi  $x-1$ , maka nilai  $b$  adalah ....

- A. 8      D. 2  
B. 6      E. 1  
C. 4

#### 5. Soal Materi VEKTOR

Diketahui  $A(-3,0,0)$ ,  $B(0,-3,0)$ , dan  $C(0,0,4)$ . Panjang vektor proyeksi  $\overline{AC}$  ke vektor  $\overline{AB}$  adalah ....

- A.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       D.  $\sqrt{2}$   
B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       E.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

#### 6. Soal Materi INTEGRAL FUNGSI TRIGONOMETRI

$\int 2\cos(1-2x)\sin x dx = \dots$

- A.  $\cos(x-1) + \frac{1}{3}\cos(3x-1) + c$   
B.  $\cos(x-1) - \frac{1}{3}\cos(3x-1) + c$   
C.  $-\sin(x-1) + \frac{1}{3}\sin(3x-1) + c$   
D.  $-\sin(x-1) - \frac{1}{3}\sin(3x-1) + c$   
E.  $\sin(x-1) + \frac{1}{3}\sin(3x-1) + c$

#### 7. Soal Materi Kaidah Pencacahan, Permutasi dan Kombinasi

Banyak bilangan ratusan dengan angka pertama dan kedua mempunyai selisih 2 adalah ....

- A. 120      D. 150  
B. 130      E. 160  
C. 140

**8. Soal Materi TURUNAN**

Diketahui  $F(x) = (a+1)x^3 - 3bx^2 + 9x$ .

Jika  $F''(x)$  habis dibagi  $x-1$ , maka kurva  $y=F(x)$  tidak mempunyai titik ekstrem lokal jika ....

- A.  $-3 < b < 0$                       D.  $-4 < b < 0$   
 B.  $0 < b < 3$                       E.  $1 < b < 4$   
 C.  $-4 < b < -1$

**9. Soal Materi LINGKARAN**

Persamaan lingkaran dengan pusat  $(-1,1)$  dan menyinggung garis  $3x - 4y + 12 = 0$  adalah ....

- A.  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$   
 B.  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 7 = 0$   
 C.  $4x^2 + 4y^2 + 8x - 8y - 17 = 0$   
 D.  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$   
 E.  $4x^2 + 4y^2 + 8x - 8y - 1 = 0$

**10. Soal Materi BARISAN DAN DERET ARITMETIKA**

Diketahui  $\int f(x) dx = ax^2 + bx + c$  dan  $a \neq 0$ .

Jika  $a, f(x), 2b$  membentuk barisan aritmetika, dan  $f(b) = 6$ , maka  $\int_0^1 f(x) dx = \dots$

- A.  $\frac{17}{4}$                                       D.  $\frac{13}{4}$   
 B.  $\frac{21}{4}$                                       E.  $\frac{11}{4}$   
 C.  $\frac{25}{4}$

**11. Soal Materi PELUANG**

Enam anak, 3 laki-laki dan 3 perempuan, duduk berjajar. Peluang 3 perempuan duduk berdampingan adalah ....

- A.  $\frac{1}{60}$                                       D.  $\frac{1}{10}$   
 B.  $\frac{1}{30}$                                       E.  $\frac{1}{5}$   
 C.  $\frac{1}{15}$

**12. Soal Materi DIMENSI TIGA**

Diberikan bidang empat beraturan  $T.ABC$  dengan panjang rusuk  $a$ . Jika titik  $P$  adalah titik tengah rusuk  $BC$ , maka jarak titik  $P$  ke garis  $AT$  adalah ....

- A.  $\frac{a}{4}\sqrt{2}$                                   D.  $\frac{a}{2}\sqrt{3}$   
 B.  $\frac{a}{3}\sqrt{2}$                                   E.  $\frac{a}{3}\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{a}{2}\sqrt{2}$

**13. Soal Materi FUNGSI KUADRAT**

Jika titik puncak fungsi kuadrat  $y = (a-1)x^2 + ax + 4$  adalah  $\left(1, \frac{39}{4}a^2\right)$ , maka jarak antar titik potong fungsi kuadrat tersebut dengan sumbu  $x$  adalah ....

- A.  $\frac{2}{19}\sqrt{1101}$                           D.  $2\sqrt{13}$   
 B.  $\frac{21}{3}\sqrt{2}$                               E.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $\frac{2}{3}\sqrt{21}$

**14. Soal Materi INTEGRAL LUAS DAERAH**

Jika  $L(a)$  adalah luas daerah yang dibatasi oleh sumbu  $x$  dan parabola  $y = ax + x^2, 0 < a < 1$ , maka peluang nilai  $a$  sehingga  $L(a) \geq \frac{1}{48}$  adalah ....

- A.  $\frac{11}{12}$                                       D.  $\frac{3}{4}$   
 B.  $\frac{7}{8}$                                       E.  $\frac{1}{2}$   
 C.  $\frac{5}{6}$

**15. Soal Materi LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI**

$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{3 \tan x \sin x}{1 - \cos x}} = \dots$

- A. 6    D. 1  
 B.  $\sqrt{6}$                                       E. 0  
 C.  $\sqrt{3}$

**16. Soal Materi PERSAMAAN KUADRAT**

Persamaan kuadrat  $3x^2 - ax + b = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1 \neq 0$  dan  $x_2 \neq 0$ .

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $\frac{1}{x_1}$  dan  $\frac{1}{x_2}$  adalah ....

- A.  $bx^2 - ax + 3 = 0$   
 B.  $bx^2 - ax - 3 = 0$   
 C.  $bx^2 + ax + 3 = 0$   
 D.  $bx^2 + ax - 3 = 0$   
 E.  $-bx^2 - ax + 3 = 0$

**17. Soal Materi IRISAN KERUCUT**

Diketahui salah satu asimtot dari  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  sejajar

dengan garis  $6x - 3y + 5 = 0$ , maka  $b^2 = \dots$

- A. 4    D. 25  
 B. 9    E. 36  
 C. 16

**18. Soal Materi TRIGONOMETRI**

Jika  $(x,y)$ , dengan  $0 < x, y < \pi$ , merupakan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{cases} \cos 2x + \cos 2y = \frac{2}{5} \\ \sin y = 2 \sin x \end{cases}$$

maka  $3 \sin x - 2 \sin y = \dots$

- A.  $-\frac{4}{5}$  D.  $\frac{1}{5}$   
 B.  $-\frac{2}{5}$  E.  $\frac{2}{5}$   
 C.  $-\frac{1}{5}$

**19. Soal Materi TURUNAN (GARIS SINGGUNG)**

Misalkan  $\ell_1$  menyatakan garis singgung kurva  $y = x^2 + 1$  di titik (2,5) dan  $\ell_2$  menyatakan garis singgung kurva  $y = 1 - x^2$  yang sejajar dengan garis  $\ell_1$ . Jarak  $\ell_1$  dan  $\ell_2$  adalah ....

- A.  $\frac{2}{\sqrt{17}}$  D.  $\frac{8}{\sqrt{17}}$   
 B.  $\frac{4}{\sqrt{17}}$  E.  $\frac{10}{\sqrt{17}}$   
 C.  $\frac{6}{\sqrt{17}}$

**20. Soal Materi LINGKARAN**

Lingkaran yang berpusat di (a,b), dengan  $a, b > 3$ , menyinggung garis  $3x + 4y = 12$ . Jika lingkaran tersebut berjari-jari 12, maka  $3a + 4b = \dots$

- A. 24 D. 60  
 B. 36 E. 72  
 C. 48

## Prediksi Paket 2

Gunakan PETUNJUK A untuk menjawab soal nomor 1 sampai dengan nomor 20!

**1. Soal Materi FUNGSI ALJABAR**

Diberikan fungsi  $f$  memenuhi persamaan  $3f(-x) + f(x-3) = x + 3$  untuk setiap bilangan real  $x$ . nilai  $8f(-3)$  adalah ....

- A. 24 D. 16  
 B. 21 E. 15  
 C. 20

**2. Soal Materi TURUNAN FUNGSI ALJABAR**

Jika  $f(3x+2) = x\sqrt{x+1}$  dan  $f'$  adalah turunan pertama fungsi  $f$ , maka  $12f'(11) = \dots$

- A. 9 D. 14  
 B. 11 E. 15  
 C. 12

**3. Soal Materi INTEGRAL (LUAS DAERAH)**

Jika  $f(x) = x^2$ , maka luas daerah yang dibatasi kurva  $y = 4 - f(x)$ ,  $y = 4 - f(x-4)$ , dan garis  $y = 4$  adalah ....

- A. 12 D. 4  
 B.  $\frac{16}{3}$  E.  $\frac{11}{3}$   
 C. 5

**4. Soal Materi PERSAMAAN KUADRAT**

Misalkan persamaan  $x^2 + b_2x + c_2 = 0$  mempunyai akar-akar  $\alpha$  dan  $\beta$ , dengan  $(\alpha - \beta)^2 = 4$ . Jika  $x^2 + b_1x + c_1 = 0$  mempunyai akar-akar  $\alpha + \beta$  dan  $\alpha - \beta$  maka rasio  $c_2 : b_1$  yang mungkin adalah ....

- A. 2 : 1 D. 1 : 3  
 B. 1 : 2 E. 3 : 1  
 C. 1 : 1

**5. Soal Materi TRIGONOMETRI**

Jika  $\sin(40^\circ + x) = a$  dengan  $0^\circ < x < 45^\circ$ , maka nilai dari  $\cos(70^\circ + x)$  adalah ....

- A.  $\frac{\sqrt{1-a^2} - a}{2}$  D.  $\frac{\sqrt{2(1-a^2)} - a}{2}$   
 B.  $\frac{\sqrt{3(1-a^2)} - a}{2}$  E.  $\frac{\sqrt{2(1-a^2)} + a}{2}$   
 C.  $\frac{\sqrt{3(1-a^2)} + a}{2}$

**6. Soal Materi POLINOMIAL**

Salah satu faktor suku banyak  $x^3 + kx^2 + x - 3$  adalah  $x - 1$ . Faktor yang lain adalah ....

- A.  $x^2 + 3x + 3$  D.  $x^2 + 2x + 3$   
 B.  $x^2 + x - 3$  E.  $x^2 - 7x + 3$   
 C.  $x^2 + 8x + 3$

**7. Soal Materi INTEGRAL**

Diberikan tiga pernyataan:

- Jika  $\int_a^b f(x) dx \geq 1$ , maka  $f(x) \geq 1$  untuk semua  $x$  dalam  $[a, b]$ .
- $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^{2009} < \frac{1}{3}$
- $\int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{2009} x dx = 0$

Pernyataan yang benar adalah ....

- A. 1 dan 2 D. 1, 2, dan 3  
 B. 1 dan 3 E. tidak ada  
 C. 2 dan 3

**8. Soal Materi FUNGSI TRIGONOMETRI**

Fungsi  $f(x) = \frac{12}{1-2\cos 2x}$  dalam selang  $0 < x < 2\pi$  mencapai nilai maksimum a pada beberapa titik  $x_i$ . Nilai terbesar  $a + \frac{4x_i}{\pi}$  adalah ....

- A. 13 D. 18  
 B. 15 E. 20  
 C. 16

**9. Soal Materi PERTIDAKSAMAAN**

Jika  $a, b, \geq 0$ , maka pernyataan di bawah ini yang benar adalah ....

- A.  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$  D.  $\sqrt{ab} \geq a\sqrt{b}$   
 B.  $\sqrt{ab} \leq b\sqrt{a}$  E.  $\sqrt{ab} \leq ab$   
 C.  $\sqrt{ab} \leq \frac{ab}{2}$

**10. Soal Materi VEKTOR**

Diketahui segitiga ABC. Titik P di tengah AC, dan Q pada BC sehingga BQ = QC. Jika  $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ , dan  $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ , maka  $\overrightarrow{PQ} = \dots$

- A.  $\frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b})$  D.  $\frac{1}{2}(-\vec{b} + \vec{c})$   
 B.  $\frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$  E.  $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{c})$   
 C.  $\frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b})$

**11. Soal Materi DIMENSI TIGA**

Diberikan balok ABCD.EFGH dengan AB = 2BC = 2AE = 2 cm. Panjang AH adalah ....

- A.  $\frac{1}{2}$  cm D. 2 cm  
 B. 1 cm E.  $\sqrt{3}$  cm  
 C.  $\sqrt{2}$  cm

**12. Soal Materi INTEGRAL FUNGSI TRIGONOMETRI**

Jika integral  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$  disubstitusikan  $\sqrt{x} = \sin y$ , maka menghasilkan ....

- A.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sin^2 x dx$  D.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 y dy$   
 B.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^2 y}{\cos y} dy$  E.  $2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx$   
 C.  $2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$

**13. Soal Materi BARISAN DAN DERET GEOMETRI**

Misalkan  $U_n$  menyatakan suku ke-n suatu barisan geometri. Jika diketahui  $U_5 = 12$  dan  $\log U_4 + \log U_5 = \log U_6 = \log 3$ , maka nilai  $U_4$  adalah ....

- A. 12 D. 6  
 B. 10 E. 4  
 C. 8

**14. Soal Materi GEOMETRI**

Jika lingkaran  $x^2 + y^2 - 2ax + b = 0$  mempunyai jari-jari 2 dan menyinggung  $x - y = 0$ , maka nilai  $a^2 + b$  adalah ....

- A. 12 D. 2  
 B. 8 E. 0  
 C. 4

**15. Soal Materi KOMPOSISI FUNGSI**

Diketahui fungsi  $f$  dan  $g$  dengan  $f(x) = x^2 + 4x + 1$  dan  $g'(x) = \sqrt{10 - x^2}$  dengan  $g'$  menyatakan turunan pertama fungsi  $g$ . Nilai turunan pertama  $g \circ f$  di  $x = 0$  adalah ...

- A. 3 D. 12  
 B. 6 E. 15  
 C. 9

**16. Soal Materi TURUNAN**

Jarak terdekat titik pada kurva  $y = x^2 + 1$  ke garis  $4x - y = -14$  adalah ....

- A.  $\sqrt{13}$  D.  $\frac{1}{2}\sqrt{17}$   
 B.  $\frac{1}{2}\sqrt{15}$  E.  $\sqrt{17}$   
 C.  $\sqrt{15}$

**17. Soal Materi VEKTOR**

Garis  $g$  menghubungkan titik A(5,0) dan titik B( $10\cos\theta, 10\sin\theta$ ). Titik P terletak pada AB sehingga AP : PB = 2 : 3. Jika  $\theta$  berubah dari 0 sampai  $2\pi$ , maka titik P bergerak menelusuri kurva yang berupa ....

- A.  $x^2 + y^2 - 6x = 7$  D.  $x^2 + y^2 + 7x = 6$   
 B.  $x^2 + y^2 + 6x = 7$  E.  $x^2 + y^2 - 6x = -7$   
 C.  $x^2 + y^2 - 7x = 6$

**18. Soal Materi DERET GEOMETRI TAK HINGGA**

Nilai  $x$  yang memenuhi

$1 + (x-1)^2 + (x-1)^3 + (x-1)^4 + \dots = 2 - x$  adalah ....

- A.  $\frac{-3 + \sqrt{3}}{2}$  D. 1  
 B. 0 E.  $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$   
 C.  $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$

**19. Soal Materi DIMENSI TIGA**

Diberikan kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 5a. Sebuah titik P terletak pada rusuk CG sehingga CP : PG = 2 : 3. Bidang PBD membagi kubus menjadi dua bagian dengan perbandingan volume ....

- A. 1 : 14 D. 1 : 11  
 B. 1 : 13 E. 1 : 10  
 C. 1 : 12

**20. Soal Materi POLINOMIAL DAN DERET ARITMETIKA**

Jika akar-akar persamaan suku banyak  $x^3 - 12x^2 + (p+4)x - (p+8) = 0$  membentuk deret aritmetika dengan beda 2, maka  $p - 36 = \dots$

- A. -2 C. 4 E. 12  
 B. 0 D. 8



# Pembahasan



## MATEMATIKA IPA

### Prediksi Paket 1

#### 1. Pembahasan SMART:



*ingat! ingat!*

Grafik suatu fungsi  $f(x)$  turun, jika  $f'(x) < 0$

Grafik fungsi  $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 8x + 4$  turun, maka:

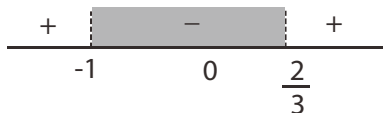
$$f'(x) = 12x^2 + 4x - 8 < 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + x - 2 < 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = (3x - 2)(x + 1) < 0$$

Pembuat nol  $x = \frac{2}{3}$  atau  $x = -1$

Daerah penyelesaian:



Sehingga, daerah hasilnya adalah  $-1 < x < \frac{2}{3}$

Jawaban: D

#### 2. Pembahasan SMART:



*ingat! ingat!*

Jika pencerminan terhadap garis I kemudian dilanjutkan dengan pencerminan terhadap garis II, dimana garis I dan garis II saling tegak lurus, maka transformasi tersebut sama halnya dengan mencerminkan terhadap titik perpotongan garis I dan garis II tersebut.

Garis  $y = \frac{x}{3}$  (memiliki gradien  $(m_1) = \frac{1}{3}$ )

Garis  $y = -3x$  (memiliki gradien  $(m_2) = -3$ )

Sehingga kedua garis tegak lurus, karena:

$$m_1 \times m_2 = \frac{1}{3} \times (-3) = -1$$

syarat dua garis saling tegak lurus)

Titik perpotongan kedua garis:

$$\frac{x}{3} = -3x \Rightarrow \frac{x}{3} + 3x = 0 \Rightarrow 3\frac{1}{3}x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Ketika  $x = 0$ , maka  $y = 0$

Jadi, titik perpotongannya  $(0,0)$

Oleh karena itu, suatu transformasi pencerminan ter-

hadap garis  $y = \frac{x}{3}$  kemudian dilanjut pencerminan

terhadap garis  $y = -3x$ , sama halnya transformasi pencerminan terhadap titik  $(0,0)$ .

Matrik pencerminan terhadap titik  $(0,0)$  adalah  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Jawaban: A

#### 3. Pembahasan SMART:

Diketahui  $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$  dan  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ,

Misal:  $p = \sin x$

Maka:

$$2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$$

$$2p^2 - 7p + 3 = 0$$

$$(2p-1)(2p-6) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \text{ atau } p = 3 \text{ (TM)}$$

Sehingga:

$$\sin x -$$

$$\sin x \sin -$$

Maka:

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

Jawaban: E

#### 4. Pembahasan SMART:



##### Teorema Sisa:

Jika suku banyak  $f(x)$  habis dibagi  $(x - a)$ , maka  $f(a) = 0$ .

Diketahui:

$$x^4 + ax^3 + (b-10)x^2 + 24x - 15 = f(x)(x-1)$$

$$\Rightarrow \frac{x^4 + ax^3 + (b-10)x^2 + 24x - 15}{(x-1)} = f(x)$$

Dengan cara Horner, maka:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & a & b-10 & 24 & -15 \\ & & 1 & a+1 & a+b-9 & a+b+15 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b-9 & a+b+15 & a+b \end{array} +$$

sisa

$$\text{Hasilnya} = x^3 + (a+1)x^2 + (a+b-9)x + (a+b+15)$$

Dengan sisa  $a+b$ , dimana  $a+b=0$  karena  $f(x)$  habis dibagi  $(x-1)$ .

Sehingga:

$$x^3 + (a+1)x^2 + (a+b-9)x + (a+b+15) = f(x)$$

Karena  $f(x)$  habis dibagi  $(x-1)$ , maka:

$$f(1) = 0$$

$$\Rightarrow 1^3 + (a+1)1^2 + (a+b-9)1 + (a+b+15) = f(1)$$

Ingat, bahwa nilai  $a+b=0$

$$\Rightarrow 1 + a + 1 + 0 - 9 + 0 + 15 = 0$$

$$\Rightarrow a + 8 = 0$$

$$\Rightarrow a = -8$$

$$\text{Karena, } a+b=0 \Rightarrow -8+b=0 \Rightarrow b=8$$

Jawaban: A

#### 5. Pembahasan SMART:



Jika  $\vec{c}$  adalah vektor proyeksi  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$ , maka

$$\text{panjang proyeksi } \vec{c} \text{ adalah: } \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$$

Titik A  $(-3,0,0)$ , B  $(0,-3,0)$ , dan C  $(0,0,4)$ , maka:

$$\vec{AC} = C - A = (0 - (-3), 0 - 0, 4 - 0) = (3, 0, 4)$$

$$\vec{AB} = B - A = (0 - (-3), -3 - 0, 0 - 0) = (3, -3, 0)$$

Sehingga, panjang vektor proyeksi  $\vec{AC}$  ke vektor  $\vec{AB}$  adalah:

$$\frac{3 \cdot 3 + 0 \cdot (-4) + 4 \cdot 0}{\sqrt{3^2 + (-3)^2 + 0}} = \frac{9}{\sqrt{18}} = \frac{9}{3\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Jawaban: A

#### 6. Pembahasan SMART:



$$2 \sin A \cdot \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \cdot \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$\int 2 \cos(1-2x) \cdot \sin x \, dx$$

$$= \int 2 \sin x \cdot \cos(1-2x) \, dx$$

$$= \int \sin(x + (1-2x)) + \sin(x - (1-2x)) \, dx$$

$$= \int \sin(-x+1) + \sin(3x-1) \, dx$$

$$= -\cos(x-1) - \frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$$

$$= \cos(x-1) + \frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$$

Jawaban: A

#### 7. Pembahasan SMART:

Banyak bilangan ratusan dengan angka pertama dan kedua mempunyai selisih 2:

- Jika angka pertama 1 (1 pilihan), maka angka keduanya 3 (1 pilihan) dan angka ketiga ada 10 pilihan (karena tidak ada aturan boleh berulang atau tidak).

$$\text{Banyaknya ada} = 1 \times 1 \times 10 = 10$$

- Angka pertama 2, angka kedua 0 atau 4, maka banyaknya =  $1 \times 2 \times 10 = 20$
- Angka pertama 3, angka kedua 1 atau 5, maka banyaknya =  $1 \times 2 \times 10 = 20$
- Angka pertama 4, angka kedua 2 atau 6, maka banyaknya =  $1 \times 2 \times 10 = 20$
- Angka pertama 5, angka kedua 3 atau 7, maka banyaknya =  $1 \times 2 \times 10 = 20$
- Angka pertama 6, angka kedua 4 atau 8, maka banyaknya =  $1 \times 2 \times 10 = 20$
- Angka pertama 7, angka kedua 5 atau 9, maka banyaknya =  $1 \times 2 \times 10 = 20$
- Angka pertama 8, angka kedua 6, maka banyaknya =  $1 \times 1 \times 10 = 10$
- Angka pertama 9, maka angka kedua 7, maka banyaknya =  $1 \times 1 \times 10 = 10$

Banyak bilangan seluruhnya adalah:  
 $10 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 10 + 10$   
 $= 150$  bilangan

**Jawaban: D**

**8. Pembahasan SMART:**

$$\begin{aligned} F(x) &= (a+1)x^3 - 3bx^2 + 9x \\ \Rightarrow F'(x) &= 3(a+1)x^2 - 6bx + 9 \\ \Rightarrow F''(x) &= 6(a+1)x - 6b \\ \text{Karena } F''(x) &\text{ habis dibagi } x-1, \text{ maka:} \\ x=1 &\Rightarrow 6(a+1) - 6b = 0 \\ &\Rightarrow 6(a+1) = 6b \\ &\Rightarrow (a+1) = b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x) &= (a+1)x^3 - 3bx^2 + 9x \\ \Rightarrow F(x) &= bx^3 - 3bx^2 + 9x \end{aligned}$$



Nilai ekstrim dari  $F(x)$  diperoleh dari  $F'(x) = 0$ .

Sehingga:

$$\begin{aligned} F'(x) &= 3bx^2 - 6bx + 9 \\ \Rightarrow 0 &= 3bx^2 - 6bx + 9 \end{aligned}$$

Agar tidak mempunyai titik ekstrem lokal maka  $D < 0$  sehingga:

$$\begin{aligned} (-6b)^2 - 4 \cdot 3b \cdot 9 &< 0 \\ \Rightarrow 36b^2 - 108b &< 0 \\ \Rightarrow b^2 - 3b &< 0 \\ \Rightarrow b(b-3) &< 0 \end{aligned}$$

Pembuat nolnya adalah  $b = 0$  dan  $b = 3$

Daerah penyelesaiannya:



Nilai yang memenuhi adalah  $0 < b < 3$

**Jawaban: B**

**9. Pembahasan SMART:**



- Jarak titik  $(x_1, y_1)$  dengan garis  $Ax^2 + By^2 + C = 0$  adalah:

$$\frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

- Persamaan lingkaran dengan pusat  $(x_1, y_1)$  dengan jari-jari  $r$  adalah:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$$

Akan ditentukan persamaan lingkaran dengan pusat  $(-1, 1)$  dan menyinggung garis  $3x - 4y + 12 = 0$ .

Maka, jari-jari lingkaran ( $r$ ) = jarak titik  $(-1, 1)$  dengan garis  $3x - 4y + 12 = 0$ , yaitu:

$$\frac{|3(-1) + (-4) \cdot 1 + 12|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|5|}{\sqrt{25}} = 1$$

Sehingga, persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(-1, 1)$  dan berjari-jari 1 adalah:

$$\begin{aligned} (x - (-1))^2 + (y - 1)^2 &= 1^2 \\ \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 &= 1 \\ \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 &= 1 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 &= 0 \end{aligned}$$

**Jawaban: A**

**10. Pembahasan SMART:**

$\int f(x) dx = ax^2 + bx + c$ , maka:

$$f(x) = 2ax + b$$

Sehingga,

$$f(a) = 2a^2 + b \quad \dots (i)$$

$$f(b) = 2ab + b \quad \dots (ii)$$

Jika  $a, f(a), 2b$  membentuk barisan aritmetika, maka:

$$f(a) = \frac{a + 2b}{2} \quad \dots (iii)$$

Dari (i) dan (iii):

$$2a^2 + b = \frac{a + 2b}{2}$$

$$\rightarrow 4a^2 + 2b = a + 2b$$

$$\rightarrow 4a^2 - a = 0$$

$$\rightarrow a(4a - 1) = 0$$

$$\rightarrow a = 0 \text{ atau } a = \frac{1}{4}$$

Karena  $a \neq 0$  maka  $a = \frac{1}{4}$

Diketahui  $f(b) = 6$ , sehingga dari persamaan (ii), diperoleh:

$$6 = 2ab + b \rightarrow 6 = 2\left(\frac{1}{4}\right)b + b$$

$$\rightarrow 6 = \frac{3}{2}b$$

$$\rightarrow b = 4$$

maka,  $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, nilai dari } \int_0^1 f(x) dx \\ &= \int_0^1 \left( \frac{1}{2}x + 4 \right) dx \\ &= \frac{1}{4}x^2 + 4x \Big|_0^1 = \left( \frac{1}{4} + 4 \right) - 0 = \frac{17}{4} \end{aligned}$$

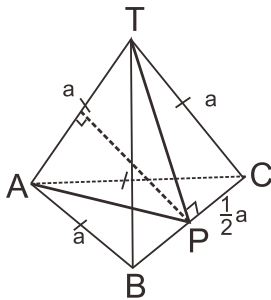
**Jawaban: A**

#### 11. Pembahasan SMART:

- Terdapat enam anak (3 laki-laki dan 3 perempuan), maka kemungkinan banyak-nya posisi duduk ada:  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$  cara.
- Banyaknya kemungkinan 3 perempuan duduk berdampingan:  $3 \times 2 \times 1 = 6$   
Tetapi, karena terdapat 6 posisi tempat duduk (1, 2, 3, 4, 5, 6), maka terdapat 4 kemungkinan posisi berdampingan (123, 234, 345, dan 456).  
Sehingga, banyak kemungkinan 3 perempuan duduk berdampingan, seluruhnya terdapat:  $6 \times 4 = 24$
- Jadi, peluang 3 perempuan duduk berdampingan adalah  $\frac{24}{720} = \frac{1}{30}$

**Jawaban: B**

#### 12. Pembahasan SMART:

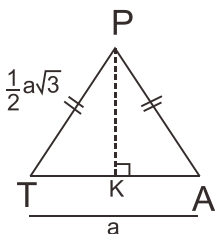


Perhatikan segitiga TPC siku-siku di P, maka:

$$\begin{aligned} TP &= \sqrt{TC^2 - PC^2} \\ &= \sqrt{a^2 - \left( \frac{1}{2}a \right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} \\ &= \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{3} \end{aligned}$$

Perhatikan segitiga TPA, panjang TP = AP, maka segitiga TPA sama kaki.

Sehingga:



$$\begin{aligned} PK &= \sqrt{PT^2 - TK^2} \\ &= \sqrt{\left( \frac{1}{2}a\sqrt{3} \right)^2 - \left( \frac{1}{2}a \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{2}{4}a^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{2} \end{aligned}$$

PK adalah jarak titik P ke garis AT =  $\frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

**Jawaban: C**

#### 13. Pembahasan SMART:



Absis puncak dari grafik

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ adalah } -\frac{b}{2a}$$

$y = (a-1)x^2 + ax + 4$ , maka puncaknya yaitu

$$\left( 1, \frac{39}{4}a^2 \right)$$

$$\bullet \quad \frac{-a}{2(a-1)} = 1 \Leftrightarrow -a = 2a - 2$$

$$3a = 2$$

$$a = \frac{2}{3}$$

Sehingga, bentuk fungsi kuadrat:

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$$

- Memotong sumbu x: ( $y = 0$ )

$$-\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 4 = 0 \quad [\text{dikali } (-3)]$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x^2 - 2x = 12$$

$$(x-1)^2 - 1 = 12$$

$$(x-1)^2 = 12 + 1$$

$$x-1 = \pm\sqrt{13}$$

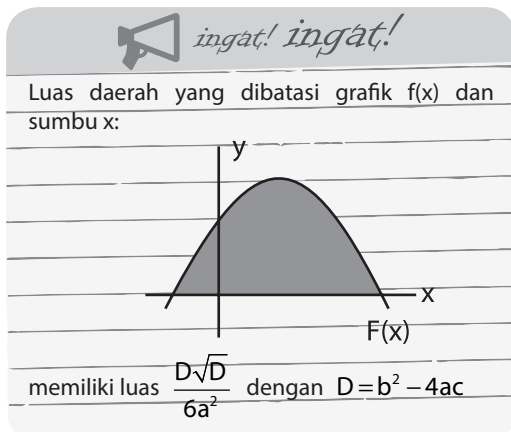
Jarak antara titik potong pada sumbu x adalah:

$$x_1 - x_2 = 1 + \sqrt{13} - (1 - \sqrt{13}) = 2\sqrt{13}$$

**Jawaban: D**



#### 14. Pembahasan SMART:



Luas daerah yang dibatasi oleh grafik  $y = ax + x^2$ ,  $0 < a < 1$  dan sumbu- $x$  adalah:

$$\frac{b^2 - 4ac\sqrt{b^2 - 4ac}}{6a^2} = \frac{a^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0\sqrt{a^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{6(1)^2}$$

$$= \frac{a^2\sqrt{a^2}}{6} = \frac{a^3}{6}$$

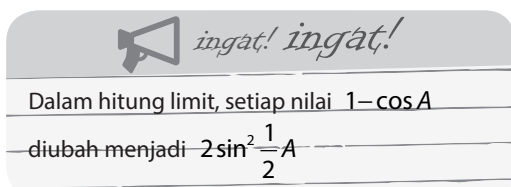
$$L(a) \geq \frac{1}{48} \Rightarrow \frac{a^3}{6} \geq \frac{1}{48}$$

$$\Rightarrow a^3 \geq \frac{1}{8} \Rightarrow a \geq \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \Rightarrow a \geq \frac{1}{2}$$

Sehingga, peluang  $a$  adalah  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Jawaban: E

#### 15. Pembahasan SMART:



$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{3 \tan x \sin x}{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{3 \tan x \sin x}{2 \sin^2 \frac{1}{2}x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{3 \tan x \sin x}{2 \cdot \sin \frac{1}{2}x \cdot \sin \frac{1}{2}x}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{3}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{6}$$

Jawaban: B

#### 16. Pembahasan SMART:

Diketahui persamaan kuadrat  $3x^2 - ax + b = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1 \neq 0$  dan  $x_2 \neq 0$ .

$$x_1 + x_2 = \frac{a}{3}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{3}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{b}{3}} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{\frac{b}{3}} = \frac{3}{b}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $\frac{1}{x_1}$  dan  $\frac{1}{x_2}$  adalah:

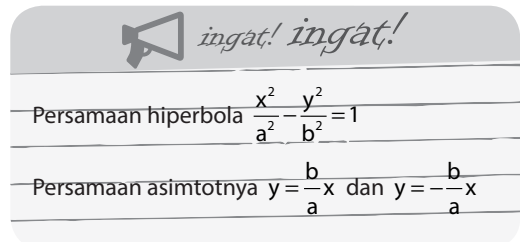
$$x^2 - \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)x + \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = 0$$

$$x^2 - \frac{a}{b}x + \frac{3}{b} = 0$$

$$bx^2 - ax + 3 = 0$$

Jawaban: A

#### 17. Pembahasan SMART:



Hiperbola  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  sama dengan  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , memiliki asimtot:

$$y = \frac{b}{a}x \rightarrow y = \frac{b}{2}x \rightarrow m_1 = \frac{b}{2}$$

$$y = -\frac{b}{a}x \rightarrow y = -\frac{b}{2}x \rightarrow m_1 = -\frac{b}{2}$$

Gradien garis  $6x - 3y + 5 = 0$  adalah  $m = -\frac{x}{y} = \frac{-6}{-3} = 2$ .

Gradien garis positif dan asimtot sama dengan gradien garis, sehingga gradien salah satu asimtot sama dengan gradien garis. Karena gradiennya positif, maka garis naik, dan asimtot yang gradiennya positif adalah

$$y = \frac{b}{2}x \rightarrow m_1 = \frac{b}{2}$$

Gradien sama:  $m_1 = m \rightarrow \frac{b}{2} = 2 \rightarrow b = 4$

Sehingga:

$$\text{Nilai } b^2 = 4^2 = 16$$

Jawaban: C

**18. Pembahasan SMART:**

Diketahui:

$$\begin{cases} \cos 2x + \cos 2y = \frac{2}{5} \\ \sin y = 2 \sin x \end{cases}$$

Maka:

$$\cos 2x + \cos 2y = \frac{2}{5}$$

$$(1 - 2 \sin^2 x) + (1 - 2 \sin^2 y) = \frac{2}{5}$$

Substitusi  $\sin y = 2 \sin x$ , diperoleh:

$$(1 - 2 \sin^2 x) + (1 - 2(2 \sin x)^2) = \frac{2}{5}$$

$$1 - 2 \sin^2 x + 1 - 8 \sin^2 x = \frac{2}{5}$$

$$2 - 10 \sin^2 x = \frac{2}{5}$$

$$-10 \sin^2 x = \frac{2}{5} - 2$$

$$-10 \sin^2 x = -\frac{8}{5}$$

$$\sin^2 x = -\frac{8}{5} : (-10) = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$$

$$\sin x = \frac{2}{5}$$

Maka:

$$3 \sin x - 2 \sin y = 3 \cdot \frac{2}{5} - 2 \cdot \left(2 \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{6}{5} - \frac{8}{5} = -\frac{2}{5}$$

**Jawaban: B****19. Pembahasan SMART:**Gradien kurva  $y = 2x^2 + 1$  dengan titik (2,5) adalah:

$$m_1 = y' = 2x = 2(2) = 4,$$

Maka garis singgung  $\ell_1$  dengan titik (2,5) adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = 4(x - 2)$$

$$y - 5 = 4x - 8$$

$$-4x + y + 3 = 0$$

Sehingga garis singgung  $\ell_2$  dengan  $m_1 = m_2 = 4$  adalah:

$$y = 1 - x^2$$

$$m_2 = y' = -2x = 4 \rightarrow x = -2$$

$$y = 1 - (-2)^2 = 1 - 4 = -3$$

Diperoleh titik (-2,-3).

Jadi, jarak  $\ell_1$  dan  $\ell_2$  (mencari jarak titik (-2,-3) dan garis  $-4x + y + 3 = 0$ ) adalah:

$$d = \frac{|(-4 \cdot -2) + (-3) + 3|}{\sqrt{(-4)^2 + 1^2}} = \frac{8 - 3 + 3}{\sqrt{17}} = \frac{8}{\sqrt{17}}$$

**Jawaban: D****20. Pembahasan SMART:**

Persamaan lingkaran dengan jari-jari 12, maka:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = 12^2$$

Garis singgung  $3x + 4y = 12$  memiliki gradien  $m = -\frac{3}{4}$ .  
Sehingga persamaan lingkaran dengan gradien $m = -\frac{3}{4}$  adalah:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y - b = -\frac{3}{4}(x - a) \pm 12\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1}$$

$$y - b = -\frac{3}{4}(x - a) \pm 12\sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$y - b = -\frac{3}{4}(x - a) \pm 12 \cdot \frac{5}{4} \text{ (dikali 4)}$$

$$4y - 4b = -3(x - a) \pm 60$$

$$4y - 4b = -3x + 3a \pm 60$$

$$4y + 3x = 3a + 4b \pm 60$$

Berdasarkan garis singgung  $3x + 4y = 12$ , maka:

$$12 = 3a + 4b \pm 60$$

$$3a + 4b = 12 \pm 60$$

$$3a + 4b = 72 \text{ atau } 3a + 4b = -48$$

**Jawaban: E**

## Prediksi Paket 2

### 1. Pembahasan SMART:

Diketahui  $3f(-x) + f(x-3) = x+3$

- untuk  $x=0 \Rightarrow 3f(0) + f(-3) = 3 \dots (i)$
- untuk  $x=3 \Rightarrow 3f(-3) + f(0) = 6 \dots (ii)$

Dari persamaan (i) dan (ii),

$$3f(0) + f(-3) = 3 \quad (\times 1) \Rightarrow 3f(0) + f(-3) = 3$$

$$\begin{array}{r} f(0) + 3f(-3) = 6 \quad (\times 3) \Rightarrow 3f(0) + 9f(-3) = 18 \\ \hline -8f(-3) = -15 \\ 8f(-3) = 15 \end{array}$$

Jawaban: E

### 2. Pembahasan SMART:



$$f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$$

Diketahui  $f(3x+2) = x\sqrt{x+1}$

$$\text{Misal: } 3x+2=p \Rightarrow x = \frac{p-2}{3}$$

Sehingga:

$$f(p) = \frac{p-2}{3} \sqrt{\frac{p-2}{3} + 1}$$

$$\Rightarrow f(p) = \frac{p-2}{3} \sqrt{\frac{p-2+3}{3}}$$

$$\Rightarrow f(p) = \frac{p-2}{3} \sqrt{\frac{p+1}{3}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x-2}{3} \sqrt{\frac{x+1}{3}}$$

$$\text{Misal: } u = \frac{x-2}{3} \Rightarrow u' = \frac{1}{3}$$

$$v = \sqrt{\frac{x+1}{3}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow v = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow v' = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow v' = \frac{\frac{1}{3}}{2\sqrt{\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{6\sqrt{\frac{x+1}{3}}}$$

$$\text{Sehingga, } f(x) = \frac{x-2}{3} \sqrt{\frac{x+1}{3}} = u \cdot v$$

$$\Rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{x+1}{3}} + \left(\frac{x-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6\sqrt{\frac{x+1}{3}}}\right)$$

$$\Rightarrow f'(11) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{11+1}{3}} + \left(\frac{11-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6\sqrt{\frac{11+1}{3}}}\right)$$

$$\Rightarrow f'(11) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{12}{3}} + \left(\frac{9}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6\sqrt{\frac{12}{3}}}\right)$$

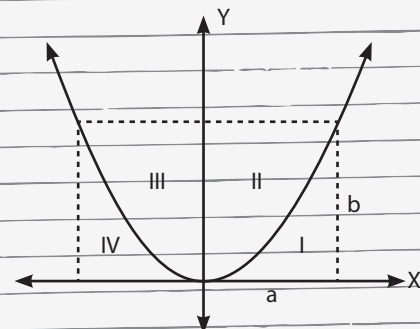
$$\Rightarrow f'(11) = \frac{1}{3} \cdot 2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{6 \cdot 2}\right)$$

$$\Rightarrow f'(11) = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\text{Jadi, nilai dari } 12 \cdot f'(11) = 12 \cdot \frac{11}{12} = 11$$

Jawaban: B

### 3. Pembahasan SMART:



$$\text{Luas I} = \text{Luas IV} = \frac{1}{3}ab$$

$$\text{Luas II} = \text{Luas III} = \frac{2}{3}ab$$

Diketahui  $f(x) = x^2$

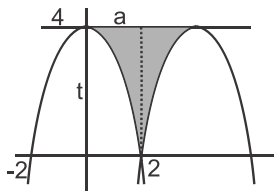
Daerah kurva dibatasi oleh:

- $y = 4 - f(x) = 4 - x^2$ 
    - Puncak: (0,4)
    - Titik potong sumbu x ( $y=0$ )
- $$0 = 4 - x^2 \Rightarrow 0 = (2-x)(2+x)$$
- $$x = 2 \text{ atau } x = -2$$

$$\begin{aligned} y &= 4 - f(x-4) = 4 - (x-4)^2 \\ &= 4 - (x^2 - 8x + 16) = -x^2 + 8x - 12 \end{aligned}$$

- Puncak:  
Ketika  $-2x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4$   
 $y = -16 + 32 - 12 = 4$   
Jadi, titik puncak (4,4)
- Titik potong sumbu x ( $y = 0$ )  
 $\Rightarrow 0 = -x^2 + 8x - 12$   
 $\Rightarrow 0 = (-x+2)(x-6)$   
 $x = 2$  atau  $x = 6$

Sketsa grafiknya yaitu:



luas I = luas II

$$\text{Sehingga luas I dan II} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 4 = \frac{16}{3}$$

Jawaban: B

#### 4. Pembahasan SMART:



Persamaan kuadrat dengan akar-akar  $y_1$  dan  $y_2$  adalah  $x^2 - (y_1 + y_2)x + y_1 y_2 = 0$

- 1)  $x^2 + b_1x + c_1 = 0$  mempunyai akar-akar  $\alpha$  dan  $\beta$ ,  
 $(\alpha - \beta)^2 = 4$ , maka  $\alpha - \beta = 2$  atau  $\alpha - \beta = -2$
- 2) Persamaan kuadrat dengan akar-akar  $\alpha + \beta = -b_1$  dan  $\alpha - \beta = -2$  adalah  
 $x^2 - (-b_1 - 2)x + 2b_1 = 0$

Diketahui persamaan kuadrat dengan akar-akar  $\alpha + \beta$  dan  $\alpha - \beta$  adalah  $x^2 + b^2x + c^2 = 0$

Jadi,  $c_2 = 2b_1$  atau  $c_2 : b_1 = 2 : 1$

Jawaban: A

#### 5. Pembahasan SMART:

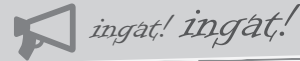
$(40^\circ + x) < 90^\circ$  berada di kuadran I sehingga

$\sin(90 - (40^\circ + x)) = \cos(40^\circ + x) = \sqrt{1 - a^2}$ , maka:

$$\begin{aligned} \cos(70^\circ + x) &= \cos(30^\circ + (40^\circ + x)) \\ &= \cos 30^\circ \cdot \cos(40^\circ + x) - \sin 30^\circ \cdot \sin(40^\circ + x) \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - a^2} - \frac{1}{2} \cdot a \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3(1 - a^2)} - \frac{1}{2} a \\ &= \frac{\sqrt{3(1 - a^2)} - a}{2} \end{aligned}$$

Jawaban: B

#### 6. Pembahasan SMART:



##### Teorema faktor:

Jika  $(x - a)$  merupakan faktor dari  $f(x)$ ,  
maka  $f(a) = 0$ .

Diketahui  $(x - 1)$  merupakan salah satu faktor dari suku banyak  $f(x) = x^3 + kx^2 + x - 3$ , maka:

$$f(1) : 1^3 + k \cdot 1^2 + 1 - 3 = 0 \Rightarrow k = 1$$

Sehingga,  $f(x) = x^3 + x^2 + x - 3$

Dengan cara Horner:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

faktor yang lain  $x^2 + 2x + 3$

Jawaban: D

#### 7. Pembahasan SMART:



Pada deret geometri, berlaku:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r < 1 \\ S_n &= \frac{a(r^n-1)}{r-1}; r > 1 \end{aligned}$$

Analisis setiap pernyataan:

1. Jika  $\int_a^b f(x) dx \geq 1$  maka  $f(x) \geq 1$  dalam  $[a, b]$   
Misal, diambil  $f(x) < 1$ ,  $f(x) = \frac{1}{4}$  dan  
 $[a, b] = [4, 8]$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx = \int_4^8 \frac{1}{4} dx = \frac{1}{4} x \Big|_4^8$$

$$= \left( \frac{1}{4} \cdot 8 \right) - \left( \frac{1}{4} \cdot 4 \right) = 2 - 1 = 1$$

$1 \geq 1$  (memenuhi), tetapi nilai

$$f(x) = \frac{1}{4} < 1, \text{ maka pernyataan salah.}$$

2.  $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^{2009} < \frac{1}{3}$   
merupakan deret geometri dengan

$$a = \frac{1}{4}; r = \frac{1}{4}; n = 2009$$

$$\Rightarrow S_{2009} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2009} \right)}{1 - \frac{1}{4}} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1/4 \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2009} \right)}{3/4} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 1/4 \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2009} \right) < \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1/4 \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2009} \right) < \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{2009} \right) < 1$$

(pernyataan benar)

3.  $\int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{2009} x \, dx = 0$

$\sin^n x$  dengan  $n$  ganjil, jika diintegrasikan akan menghasilkan fungsi dengan variabel  $\cos x$ .  
 Karena  $\cos x = \cos(-x)$ , maka jika batas integralnya adalah  $[-a, a]$  akan menghasilkan nilai 0.  
 (pernyataan benar)

Jadi, pernyataan 2 dan 3 benar.

**Jawaban: C**

#### 8. Pembahasan SMART:

$$f(x) = \frac{12}{1 - 2\cos 2x}; 0 < x < 2\pi$$

Grafik tidak mempunyai nilai maksimum/minimum jika menuju tak hingga/ tak terdefinisi.

$$\frac{12}{1 - 2\cos 2x} = \infty \text{ jika, } 1 - 2\cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow -2\cos 2x = -1$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

Jadi, jika — maka grafik akan mendekati tak hingga, sehingga fungsi  $f(x)$  tidak mempunyai nilai maksimum.

**Jawaban: -**

#### 9. Pembahasan SMART:

Diketahui:  $a, b \geq 0$

Maka pernyataan yang benar dari pilihan yang ada adalah  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$  karena:

$$0 \leq (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

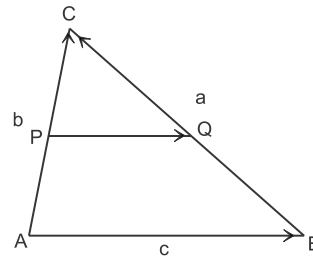
$$0 \leq a - 2\sqrt{ab} + b$$

$$2\sqrt{ab} \leq a + b$$

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

**Jawaban: A**

#### 10. Pembahasan SMART:



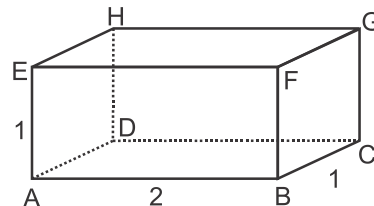
$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CQ}$$

$$= \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$$

$$= \frac{1}{2}(b - a) = \frac{1}{2}(-a + b)$$

**Jawaban: A**

#### 11. Pembahasan SMART:



Perhatikan segitiga AHD, siku-siku di D maka berlaku teorema Pythagoras:

$$AH^2 = AD^2 + DH^2$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

$$AH = \sqrt{2}$$

**Jawaban: C**

#### 12. Pembahasan SMART:

$$\text{Diketahui } \int_0^{1/2} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} \, dx$$

Jika,  $\sqrt{x} = \sin y$ , maka:

- $x = \sin^2 y$

- $x^{\frac{1}{2}} = \sin y$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} \, dx = \cos y \, dy$$

$$\Rightarrow dx = 2\sqrt{x} \cos y \, dy$$

$$\Rightarrow dx = 2 \sin y \cos y \, dy$$

- Untuk batasnya:

$$1) \quad x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin^2 y &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \sin y &= \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow \sin y &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \Rightarrow y &= \frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2) \quad x &= 0 \\ \Rightarrow \sin^2 y &= 0 \\ \Rightarrow \sin y &= 0 \Rightarrow y = 0\end{aligned}$$

Jadi:

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin y}{\sqrt{1-\sin^2 y}} \cdot 2 \sin y \cos y dy \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin y}{\sqrt{\cos^2 y}} \cdot 2 \sin y \cos y dy \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin y}{\cos y} \cdot 2 \sin y \cos y dy \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 y dy \\ \text{atau} &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx\end{aligned}$$

**Jawaban: C**

### 13. Pembahasan SMART:



Barisan geometri:

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

Beberapa sifat logaritma:

$$\bullet \quad {}^a \log b + {}^a \log c = {}^a \log b \cdot c$$

$$\bullet \quad {}^a \log b - {}^a \log c = {}^a \log \frac{b}{c}$$

Diketahui suku ke-5 ( $U_5$ ) barisan geometri = 12

$$\Rightarrow a \cdot r^4 = 12 \dots (i)$$

$$\log U_4 + \log U_5 - \log U_6 = \log 3$$

$$\Rightarrow \log \frac{U_4 \cdot U_5}{U_6} = \log 3$$

$$\Rightarrow \frac{U_4 \cdot U_5}{U_6} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot r^3 \cdot a \cdot r^4}{a \cdot r^5} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 \cdot r^7}{a \cdot r^5} = 3 \Rightarrow ar^2 = 3 \dots (ii)$$

Dari persamaan (i) dan (ii), diperoleh:

$$\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{12}{3} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, suku ke-4 } (U_4) &= a \cdot r^3 \\ &= a \cdot r^2 \cdot r \\ &= 3 \cdot 2 = 6\end{aligned}$$

**Jawaban: D**

### 14. Pembahasan SMART:

Diketahui lingkaran  $x^2 + y^2 - 2ax + b = 0$  mempunyai jari-jari 2.

Pada persamaan lingkaran diketahui  $A = -2a, B = 0$ , dan  $C = b$  maka:

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

$$2 = \sqrt{\frac{1}{4}(-2a)^2 - b}$$

$$2 = \sqrt{a^2 - b}$$

$$4 = a^2 - b$$

$$b = a^2 - 4 \dots (1)$$

Lingkaran tersebut menyinggung garis  $x - y = 0$ , maka dengan menyubstitusikan persamaan garis ke persamaan lingkaran diperoleh:

$$x^2 + x^2 - 2ax + b = 0$$

$$2x^2 - 2ax + b = 0$$

Karena garis dan lingkaran bersinggungan maka diskriminan persamaan tersebut adalah 0.

$$D = 0$$

$$(-2a)^2 - 4(2)b = 0$$

$$4a^2 - 8b = 0$$

$$a^2 - 2b = 0$$

$$b = \frac{a^2}{2} \dots (2)$$

Dari persamaan 1 dan 2 diperoleh:

$$a^2 - 4 = \frac{a^2}{2}$$

$$2a^2 - 8 = a^2$$

$$a^2 = 8$$

$$\text{Dari persamaan 2 diperoleh } b = \frac{a^2}{2} = 4$$

$$\text{Jadi, } a^2 + b = 12$$

**Jawaban: A**

### 15. Pembahasan SMART:



Fungsi komposisi

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Diketahui  $f(x) = x^2 + 4x + 1$ , maka  $f(0) = 1$ .

$$\Rightarrow f'(x) = 2x + 4$$

$$\Rightarrow f'(0) = 2 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$g'(x) = \sqrt{10 - x^2} \Rightarrow g'(1) = \sqrt{10 - 1} = \sqrt{9} = 3$$

$$(g \circ f)'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x)$$

$$(g \circ f)'(0) = g'[f(0)] \cdot f'(0)$$

$$= g'(1) \cdot 4$$

$$= 3 \cdot 4$$

$$= 12$$

Jawaban: D

#### 16. Pembahasan SMART:

Garis  $4x - y = -14$ , maka  $y = 4x + 14$  dengan gradien  $m_1 = 4$ , dan gradien sejajar  $m_2 = 4$ .

Gradien garis singgung kurva  $y = x^2 + 1$  bisa dicari dengan turunan pertama yaitu:

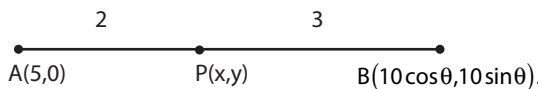
$$m_2 = 2x = 4, \text{ sehingga } x = 2, \text{ maka } y = 2^2 + 1 = 5$$

Maka jarak terdekat kurva dengan garis adalah:

$$d = \left| \frac{4(2) - 1(5) + 14}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} \right| = \left| \frac{17}{\sqrt{17}} \right| = \sqrt{17}$$

Jawaban: E

#### 17. Pembahasan SMART:



$$AP : PB = m : n \rightarrow \vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

Menentukan titik  $P(x,y)$ :

$$AP : PB = 2 : 3$$

$$\begin{aligned} P(x,y) &= \frac{2\vec{b} + 3\vec{a}}{2+3} = \frac{2(10\cos\theta, 10\sin\theta) + 3(5,0)}{5} \\ &= \frac{(20\cos\theta, 20\sin\theta) + (15,0)}{5} \quad (\text{dibagi } 5) \\ &= (4\cos\theta, 4\sin\theta) + (3,0) \\ &= (4\cos\theta + 3, 4\sin\theta) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh:

$$x = 4\cos\theta + 3 \rightarrow \cos\theta = \frac{x-3}{4}$$

$$y = 4\sin\theta \rightarrow \sin\theta = \frac{y}{4}$$

Menggunakan identitas trigonometri:

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 1$$

$$\frac{x^2 - 6x + 9}{16} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad (\text{dikali } 16)$$

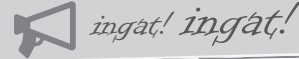
$$x^2 - 6x + 9 + y^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 6x = 7 \quad (\text{berupa lingkaran})$$

Jadi, kurvanya adalah  $x^2 + y^2 - 6x = 7$ .

Jawaban: A

#### 18. Pembahasan SMART:



Jumlah deret geometri tak berhingga:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

Syarat deret geometri konvergen/jumlahnya ada/nilai limit ada adalah  $-1 < r < 1$

$$1 + (x-1)^2 + (x-1)^3 + (x-1)^4 + \dots = 2 - x$$

$$(x-1)^2 + (x-1)^3 + (x-1)^4 + \dots = 1 - x$$

$$\frac{(x-1)^2}{1 - (x-1)} = (1-x)$$

$$\frac{(x-1)^2}{2-x} = (1-x)$$

$$(x-1)^2 = (1-x)(2-x)$$

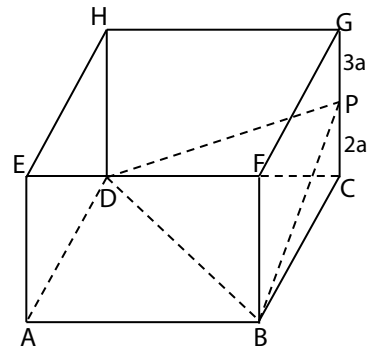
$$x^2 - 2x + 1 = 2 - 3x + x^2$$

$$-2x + 3x = 2 - 1$$

$$x = 1$$

Jawaban: D

#### 19. Pembahasan SMART:



$$V_{P.BCD} = \frac{1}{3} \cdot L_{BCD} \cdot CP$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DC \right) \cdot CP$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 5a \cdot 5a \cdot 2a = \frac{25a^3}{3}$$

$$\begin{aligned}
 V_{ABDP.EFGH} &= V_{ABCD.EFGH} - V_{P.BCD} \\
 &= (5a)^3 - \frac{25a^3}{3} \\
 &= 125a^3 - \frac{25a^3}{3} = \frac{350a^3}{3}
 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$\frac{V_{P.BCD}}{V_{ABDP.EFGH}} = \frac{\frac{25a^3}{3}}{\frac{350a^3}{3}} = \frac{25}{350} = \frac{1}{14} = 1:14$$

**Jawaban: A**

## 20. Pembahasan SMART:



Jika akar-akar dari  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0, a \neq 0$  adalah  $\alpha, \beta, \gamma$ , maka:

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = -\frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

Polinomial  $x^3 - 12x^2 + (p+4)x - (p+8) = 0$   
 $a = 1, b = -12, c = p+4, d = -(p+8)$

- Misalkan akar-akar persamaan tersebut yang membentuk barisan aritmetika dengan beda 2, yaitu:  
 $\alpha = \ell, \beta = \ell + 2, \gamma = \ell + 4$

Sehingga penjumlahan akar-akarnya adalah:

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\ell + (\ell + 2) + (\ell + 4) = \frac{-(-12)}{1}$$

$$3\ell + 6 = 12 \Rightarrow 3\ell = 6 \Rightarrow \ell = 2$$

Diperoleh:

$$\alpha = \ell = 2, \beta = \ell + 2 = 2 + 2 = 4, \gamma = \ell + 4 = 2 + 4 = 6$$

- Untuk perkalian akar-akar

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

$$2 \cdot 4 \cdot 6 = \frac{-(-(p+8))}{1}$$

$$48 = p + 8 \Rightarrow p = 48 - 8 = 40$$

Jadi, nilai dari  $p - 36 = 40 - 36 = 4$

**Jawaban: C**